CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XI-a

1. Tétel (7 pont)

Adot az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

a) Számítsátok ki $A^n, n \in \mathbb{N}$.
b) Határozzátok az összes $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $A^2 \cdot X = X \cdot A^2$.

2. Tétel (7 pont)

Adott a $D(a,b,c) = \begin{vmatrix} a+2 & a^2-1 & a+1 \\ b+2 & b^2-1 & b+1 \\ c+2 & c^2-1 & c+1 \end{vmatrix}$ *determináns*, $a,b,c \in \mathbb{R}$.

a) Számítsátok ki $D\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)$;

b) Igazoljátok, hogy $D(a,b,c) = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & c^2 & c \end{vmatrix}$;

c) Oldjátok meg a $D(9^x, 3^x, 3) = 0$ egyenletet.

3. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki a következő határértékeket: a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\pi^{x+1}+e^x}{5^{x+2}}$; b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x^2+x^{2016})}{\sqrt{4+x^2}-2}$.

4. Tétel (7 pont)

Határozzátok meg az a valós számot úgy, hogy az $f:\boldsymbol{R}\to R$ f(x)=$\sqrt[3]{x^3+ax^2-1}+2015\sqrt[3]{x^3+ax^2+1}$ függvény ferde aszimptotája $+\infty$ - ben az $y = 2016x + \dfrac{2016^2}{3}$ egyenletű egyenes legyen.

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.